

ІІ ГЕОМЕХАНИКА И ГЕОТЕХНОЛОГИЯ

DOI: 10.25558/VOSTNII.2018.7.41.004

УДК 622.023.23 © Н.В. Черданцев, С.В. Черданцев, 2018

С.В. ЧЕРДАНЦЕВ

д-р техн. наук, главный научный сотрудник АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово e-mail: svch01@yandex.ru



Н.В. ЧЕРДАНЦЕВ д-р техн. наук, главный научный сотрудник ФИЦ УУХ СО РАН, г. Кемерово e-mail: nvch2014@yandex.ru



КАЧКА ПОНТОНОВ В ЗУМПФАХ УГОЛЬНЫХ РАЗРЕЗОВ КУЗБАССА (ОБЗОР ЖУРНАЛЬНЫХ СТАТЕЙ. ПРОДОЛЖЕНИЕ)

При разработке угольных месторождений открытым способом необходимы зумпфы для стока подземных и грунтовых вод, которые откачивают, чтобы предотвратить затопление забоя. С этой целью используют плавучие водоотливные установки в виде понтонов с установленным на них водоотливным оборудованием. До настоящего времени не разработаны рекомендации по использованию понтонов на угольных разрезах. Поэтому проблема безопасного использования понтонов, на наш взгляд, является актуальной. За последние годы в периодической печати появились работы по различным аспектам использования понтонов: плавучести, статической остойчивости, качке, динамической устойчивости. Выполнены некоторые обобщения по проблемам плавучести и статической остойчивости понтонов. В рассматриваемой статье предлагается обзор публикаций, посвященных проблеме качки и динамической устойчивости понтонов. Указано, что характерными видами качки понтонов являются вертикальная, боковая и килевая. Отмечено, что причинами качки могут быть как внешние силы, способные вывести понтон из состояния равновесия, так и возникшие на поверхности жидкости регулярные волны. В первом случае качка происходит на «тихой воде» и соответствует свободным колебаниям понтона, которые с течением времени затухают. Во втором случае качка является вынужденной, поскольку обусловлена периодически изменяющимися силами давления, возникающими при повышении и понижении уровня воды у труб-поплавков понтона. Показано, что за счет периодического погружения и всплытия понтона на возмущенной поверхности жидкости понтон способен совершать параметрическую качку как в продольном направлении, так и в поперечном. Отмечены закономерности между параметрами, характеризующими параметрическую качку понтонов, и указаны области ее неустойчивости.

Ключевые слова: ЗУМПФ УГОЛЬНОГО РАЗРЕЗА, ПОНТОН, ВАТЕРЛИНИЯ, МЕТАЦЕН-ТРИЧЕСКАЯ ВЫСОТА, ПРИСОЕДИНЕННАЯ МАССА ЖИДКОСТИ, ЧАСТОТА ВОЛН, КАЧ-КА ПОНТОНОВ НА «ТИХОЙ ВОДЕ», КАЧКА ПОНТОНОВ НА РЕГУЛЯРНОМ ВОЛНЕНИИ.

Введение

Технология разработки угольных месторождений открытым способом предусматривает наличие зумпфа, представляющего собой углубление в почве забоя для стока грунтовых и подземных вод. По мере заполнения зумпфа воду откачивают, чтобы не допустить затопления забоя. Для этого используют плавучие водоотливные установки (ПВУ), помещаемые непосредственно в зумпфах и представляющие собой плавучие средства (ПС) в виде понтонов с установленным на них водоотливным оборудованием (ВО) (рис. 1). Расчет любого понтона на разрезе, вне зависимости от конструкции, сводится лишь к обеспечению его плавучести. Однако в процессе эксплуатации понтонов неизбежно возникают внешние возмущения, которые могут привести либо к немедленному опрокидыванию понтонов, не обладающих достаточной остойчивостью, либо к их качке с нарастающей амплитудой и последующему опрокидыванию.

В процессе обзора статей по проблеме использования понтонов в зумпфах угольных разрезов [1] отмечены основные этапы расчета понтона: расчет плавучести, расчет ста-





тической остойчивости, определение параметров качки понтона на регулярном волнении, выявление областей динамической неустойчивости в процессе параметрической качки понтона.

Детальные исследования плавучести и остойчивости понтона были выполнены в Кузбасском государственном техническом университете им. Т.Ф. Горбачева и в Институте угля СО РАН [2–5].

Исследования движения понтонов в зумпфах на «тихой воде» [6–8] выявили три вида их качки: вертикальную, боковую и килевую, анализ которых подробно обсуждался в работах [9–12]. В работах [13, 14] исследованы динамические свойства понтонов на регулярном волнении и выявлен интервал длины волны, при котором боковая качка понтона является наиболее опасной и может привести к его опрокидыванию.

Совместная вертикально-боковая качка и устойчивость понтона «на тихой воде» обсуждались в работе [15], в которой не обнаружено опасных режимов его качки. Однако если вертикально-боковая качка понтона в зумпфе происходит на регулярных волнах, то опасные режимы качки существуют [16], в силу чего понтон может потерять устойчивость и опрокинуться.

В статье [1] отмечены этапы расчета понтонов в зумпфах угольных разрезов и подробно рассмотрены плавучесть и статическая остойчивость понтонов. Ниже мы рассмотрим обзор качки понтонов, начав обсуждение с уравнений движения понтона и построения их решений.

1. Уравнения движения понтона в зумпфе угольного разреза

Движение понтона на поверхности жидкости в зумпфе угольного разреза определены как поступательное движение его центра масс *C* и относительное вращение понтона вокруг мгновенной оси, проходящей через центр масс (рис. 2).



поверхности жидкости (водоотливное оборудование, размещаемое на понтоне, условно не показано)

Полагая углы поворота малыми, положение понтона на возмущенной поверхности жидкости в зумпфе угольного разреза описывается следующими уравнениями [6]:

$$\begin{cases} M \ddot{\xi} = R_{\xi}, \\ M \ddot{\eta} = R_{\eta}, \\ M \ddot{\zeta} = R_{\zeta}, \end{cases} \qquad \begin{cases} J_{x_1} \ddot{\Theta} = m_{x_1}, \\ J_{y_1} \ddot{\psi} = m_{y_1}, \\ J_{z_1} \ddot{\chi} = m_{z_1}. \end{cases}$$
(1.1)

В уравнениях (1.1) приняты следующие обозначения: M — масса понтона и водоотливного оборудования; ξ , η , ζ — компоненты ускорения центра масс понтона; R_{ξ} , R_{η} , R_{ζ} — проекции главного вектора внешних сил \vec{R} на неподвижные координатные оси ξ , η , ζ ; J_{x1} , J_{y1} , J_{z1} — моменты инерции понтона относительно осей x_1, y_1, z_1 (рис. 1, 2); $\ddot{\theta}$, $\ddot{\psi}$, $\ddot{\chi}$ — компоненты углового ускорения относительно осей $x_1, y_1, z_1; m_{x1}, m_{y1}, m_{z1}$ — проекции главного момента \vec{m}_C — на подвижные оси x_1, y_1, z_1 . Точ-ками обозначены производные по времени.

В ходе анализа систем (1.1) установлено, что в плоскости ватерлинии понтона не возникают внешние моменты ($m_{z1} = 0$). Полагая, что в начальный момент времени понтон находился в покое, мы получаем однородную задачу Коши для последнего уравнения системы (1.1)

$$\ddot{\chi} = 0$$
, $\dot{\chi}|_{t=0} = 0$, $\chi|_{t=0} = 0$,

решение которого тривиально:

$$\chi = 0. \tag{1.2}$$

Кроме этого, отметим, что находящийся на взволнованной поверхности понтон не перемещается в направлении осей ξ, η и, следовательно, составляющие скорости:

$$v_{\xi} = \dot{\xi} = 0$$
, $v_{\eta} = \dot{\eta} = 0$,
ekaet, что

откуда вытекает, что

$$\ddot{\xi}=0\,,\,\ddot{\eta}=0\,,$$

и поэтому

$$R_{\xi} = 0, \ R_{\eta} = 0, \qquad (1.3)$$

в силу чего первые два уравнения первой системы (1.1) исключаются из рассмотрения.

Внешние силы и моменты, действующие на любое тело, находящееся на взволнованной поверхности жидкости, имеют гидродинамическую природу, поскольку являются результатом взаимодействия этого тела с возмущенной поверхностью жидкости. Поэтому более удобно определять силы и моменты в системе координат $x_1y_1z_1$, связанной с телом и движущейся вместе с ним. В системе (1.1) моменты, действующие на понтон, уже представлены в подвижной системе координат, а силу R_z выразим через R_{ζ} с помощью формулы [6]

$$\dot{R}_z = R_{\xi} \Psi - R_{\eta} \Theta + R_{\zeta}$$

и, учитывая (1.3), получим

$$R_z = R_\zeta \,. \tag{1.4}$$

Таким образом, в силу формул (1.2), (1.3), (1.4), уравнения (1.1) можно объединить в одну систему, состоящую только из трех уравнений $M\ddot{\zeta} = R_z$, $J_{x_1}\ddot{\Theta} = m_{x_1}$, $J_{y_1}\ddot{\Psi} = m_{y_1}$, (1.5) искомыми функциями в которых являются вертикальное перемещение ζ и углы поворота Θ , Ψ , которые принято называть углами крена и дифферента.

Особенность уравнений (1.5) заключается в том, что действующие на понтон силы заранее неизвестны, а проявляются лишь во взаимодействии понтона с возмущенной жидкостью по следующей схеме. Вначале под действием какого-либо внешнего возмущения нарушается равновесие понтона, что, в свою очередь, нарушает равновесие жидкости и приводит ее в движение. Движущаяся жидкость создает гидродинамические силы и инициирует движение понтона.

Таким образом, действующие на понтон силы являются совокупностью архимедовых сил $R_z^{(a)}$, $m_{x_1}^{(a)}$, $m_{y_1}^{(a)}$, действующих на понтон со стороны невозмущенной поверхности жидкости и гидродинамических сил $R_z^{(d)}$, $m_{x_1}^{(d)}$, $m_{y_1}^{(d)}$, обусловленных движением понтона на возмущенной поверхности:

$$R_{z} = R_{z}^{(a)} + R_{z}^{(d)}, \ m_{x_{1}} = m_{x_{1}}^{(a)} + m_{x_{1}}^{(d)},$$
$$m_{y_{1}} = m_{y_{1}}^{(a)} + m_{y_{1}}^{(d)}.$$
(1.6)

Величины архимедовых сил найдены в работе [3]:

$$R_z^{(a)} = -\rho g S_0 \zeta, \ m_{x_1}^{(a)} = -P h_0 \theta, \ m_{y_1} = -P H_0 \psi, \ (1.7)$$

где ρ — плотность жидкости в зумпфе; g — ускорение свободного падения; P = Mg — вес понтона и водоотливного оборудования; S_0 , h_0 , H_0 — соответственно площадь ватерлинии понтона и его поперечная и продольная метацентрические высоты на «тихой воде», вычисленные в [3], которые также представлены в обзорной статье [1].

Гидродинамические силы определены в [13]:

 $R_z^{(d)} = -M_{33} \ddot{\zeta}, \ m_{x_1}^{(d)} = -M_{44} \ddot{\Theta}, \ m_{y_1}^{(d)} = -M_{55} \ddot{\psi}, \ (1.8)$ а присоединенные массы жидкости $M_{33}, \ M_{44}, \ M_{55}$ найдены в [11].

2. Качка понтонов в зумпфе угольного разреза на «тихой воде»

Подставив формулы (1.6) с учетом формул (1.7), (1.8) в систему уравнений (1.5), приведем ее к виду

$$(M + M_{33})\zeta + \rho g S_0 \zeta = 0,$$

$$(J_{x_1} + M_{44})\ddot{\Theta} + P h_0 \Theta = 0,$$
 (2.1)

 $(J_{y_1} + M_{55})\ddot{\psi} + PH_0\psi = 0,$

откуда ясно, что воздействие на понтон гидродинамических сил проявляется в увеличении его инерционных характеристик, поскольку масса и моменты инерции понтона увеличились соответственно на значения присоединенных масс.

Дальнейшие преобразования уравнений (2.1) приводят их к виду

$$\ddot{\zeta} + \omega_1^2 \zeta = 0, \ \ddot{\theta} + \omega_2^2 \theta = 0,$$

$$\ddot{\psi} + \omega_3^2 \psi = 0, \qquad (2.2)$$

где

$$\omega_{1} = \sqrt{\frac{\rho g S_{0}}{M + M_{33}}}, \quad \omega_{2} = \sqrt{\frac{M g h_{0}}{J_{x_{1}} + M_{44}}},$$
$$\omega_{3} = \sqrt{\frac{M g H_{0}}{J_{y_{1}} + M_{55}}}.$$
(2.3)

Легко заметить, что уравнения (2.2) описывают колебательные движения понтона, которые в терминах теории корабля [17, 18] представляют собой различные виды качки понтона. В частности, первое уравнение системы (2.2) описывает вертикальную качку, второе и третье — соответственно боковую и килевую качки и, следовательно, величины $\omega_1, \omega_2, \omega_3$, определяемые по формулам (2.3), представляют собой собственные частоты этих видов качки. К сказанному добавим, что поскольку уравнения изолированные, все три вида качки происходят независимо друг от друга.

Различные виды качки понтона исследованы в работах [9–11]. Здесь мы проанализируем лишь некоторую часть этих исследований. На рис. 3–5 представлены графики зависимостей собственных частот вертикальной (ω_1) , боковой (ω_2) и килевой (ω_3) качек понтона, параметры которого даны в таблице.

Nº	Наименование составляющего элемента (размеры в м)	Кол-во	Масса, кг	
			1 шт.	общая
1	Труба-поплавок понтона <i>R</i> = 0,4; <i>L</i> = 5,1	3	782,69	2348,07
	Заглушка трубы- поплавка	6	31	186
2	Палубный настил d = 1,8	1	1	179
3	Бак-запасник воды в сборе на подставке	1	158	158
4	Электродвигатель	1	890	890
5	Hacoc <i>R</i> = 0,2	1	485	485
6	Стойки ограждения h = 1,0	10	7,6	76
7	Поручни / = 5,0	4	12,25	49

Составляющие элементы ПВУ

Так, на рис. 3 все три графика представляют собой гладко-выпуклые кривые. Причем кривые $\omega_2(R)$ и $\omega_3(R)$ имеют два участка монотонности, разделенные точками экстремума (при R = 0,475 м — для $\omega_2(R)$ и при R = 0,5 м — для $\omega_3(R)$, а кривая $\omega_1(R)$ монотонна на всем рассматриваемом интервале и не имеет экстремальных точек внутри интервала.

Участок монотонного возрастания характерен тем, что с увеличением R рост метацентрических высот h_0 , H_0 происходит более интенсивно, чем рост моментов инерции и присоединенных масс жидкости в совокупности. На участке монотонного убывания, наоборот, с ростом R приращение величин J_{x1} , J_{y1} и M_{44} , M_{55} более существенно, чем приращение h_0 , H_0 . Для вертикальной качки увеличение R приводит к монотонному росту коэффициента запаса плавучести и, как следствие, к увеличению собственной частоты качки.

Что касается графиков зависимостей $\omega_1(L)$, $\omega_2(L)$, $\omega_3(L)$, представленных на рис. 4 и построенных при R = 0,35 м, d = 1,8 м, то они практически эквидистантны и монотон-

но возрастают, не обнаруживая на рассматриваемом интервале $L \in [4; 7, 5]$ локальных экстремумов собственных частот. Таким образом, увеличение длины труб-поплавков приводит к тому, что рост метацентрических высот понтона происходит более интенсивно, чем рост моментов инерции и присоединенных масс жидкости.



Рис. 3. Зависимость собственных частот качки понтона (L = 5, 1 м, d = 2, 4 м) от радиуса R



Рис. 4. Зависимость собственных частот качки понтона (R = 0,35 м, d = 1,8 м) от длины L

К сказанному добавим, что графики на рис. 3 и 4 показывают качественное сходство зависимостей частот от радиуса и длины труб-поплавков для всех трех видов качки. А вот зависимости частот от расстояния *d* для вертикальной, боковой и килевой качек (рис. 5) принципиально отличны от предыдущих графиков.

Так, если в условиях боковой качки увеличение *d* приводит к существенному росту частоты, то для условий вертикальной и килевой качек увеличение d, наоборот, снижает частоты, хотя и незначительно. В самом деле, увеличение d приводит к росту параметров h_0 , J_{x1} , M_{44} , характеризующих боковую качку понтона, но не меняет параметры H_0 , M_{55} , а изменяет только массу палубного настила, что незначительно увеличивает массу плавучей водоотливной установки и величину J_{y1} , и, значит, немного уменьшает частоту вертикальной и килевой качек.



Рис. 5. Зависимости собственных частот качки понтона (R = 0, 4 м, L = 5, 1 м) от расстояния d

Отметим еще одно принципиальное отличие графиков на рис. 3, 4 от графиков на рис. 5. Если на графиках 3, 4 частота килевой качки всюду выше частоты боковой качки, то графики на рис. 5 показывают, что при R = 0,4 м, L = 5,1 м, d = 3 м частоты боковой и килевой качек совпадают. Следовательно, изменяя параметры понтона можно добиться совпадения собственных частот при его боковой и килевой качках.

3. Параметры регулярного волнения в зумпфах угольных разрезов

Качка понтона на волнах принципиально отлична от качки «на тихой воде». Дело в том, что волны на поверхности жидкости инициируют возникновение периодически изменяющихся сил, воздействующих на понтон и вызывающих его вынужденную качку, которая при переходе ее параметров за некоторый предел, определяющий устойчивость качки, неизбежно приводит к опрокидыванию понтона.

Из сказанного вытекает, что для исследования вынужденной качки понтона вначале необходимо определить силы, действующие на понтон. Поскольку эти силы обусловлены волнами, то в работе [14] рассмотрена гидродинамическая задача в рамках следующих допущений:

1. Жидкость в зумпфе идеальная и баротропная. 2. Атмосферное давление пренебрежимо мало по сравнению с давлением жидкости в зумпфе, поэтому мы полагаем атмосферное давление $p_{a} = 0$.

3. Скорости движения жидкости и отклонения $\delta = \delta(x, y)$ поверхности жидкости от ее невозмущенной поверхности (z = 0) являются малыми величинами, равно как и все первые производные функции δ по координатам.

4. Зумпф угольного разреза представляет собой прямоугольный параллелепипед, стороны которого ориентированы вдоль осей x, y, z, а их размеры d_1, d_2, d_3 соответственно в процессе качки понтона не меняются. При этом длина понтона L, ориентированная вдоль d_1 , превышает его ширину, поэтому и размер зумпфа d_1 превышает размер d_2 .

Возникающие в зумпфе волны жидкости полагаем регулярными, т. е. форма и элементы всех волн одинаковые.

В силу сказанного, движение жидкости в зумпфе будет потенциальным, и мы можем описать его в рамках краевой задачи для уравнения Лапласа

$$\Delta \Phi = 0 \tag{3.1}$$

и граничных условий

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z}\Big|_{z=-d_3} = 0, \ \frac{\partial \Phi}{\partial x}\Big|_{|x|=0,5d_1} = 0, \ \frac{\partial \Phi}{\partial y}\Big|_{|y|=0,5d_2} = 0 \quad (3.2)$$

относительно искомого потенциала Ф векторного поля скоростей. Условия (3.2) обеспечивают обтекание дна зумпфа и его вертикальных стенок.

В силу первого и второго допущений интеграл Лагранжа приводится к виду [19]

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \delta g = 0$$
 при $z = 0,$ (3.3)

а после дифференцирования мы получаем условие на поверхности жидкости

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z}\Big|_{z=0} = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2},$$

в котором *g* — ускорение свободного падения.

Следуя процедуре, изложенной в [19], в работах [14, 16] найден потенциал скоростей в следующем виде:

$$\Phi = A(\cos mx + \sin mx)(\cos ny + + \sin ny)ch[k(d_3 + z)]cos(\sigma t + \varepsilon),$$

 (3.4)
 где А — постоянная величина, ε — начальная
 фаза колебаний, σ — частота колебаний жидкости в зумпфе, определяемая по формуле
 [14, 16]

$$\sigma = \sqrt{kgth(kd_3)}, \qquad (3.5)$$

а волновые числа *m*, *n*, *k* связаны соотношением

$$m^{2} + n^{2} = k^{2}, \ m = \frac{\pi}{2d_{1}}(2s+1),$$
$$n = \frac{\pi}{2d_{2}}(2r+1), \ s, r = 0, \pm 1, \pm 2, \dots.$$
(3.6)

Теперь из формулы (3.3) мы получаем уравнение взволнованной поверхности жидкости

$$\delta = \delta_0 (\cos mx + \sin mx)(\cos ny + \sin ny)\sin(\sigma t + \varepsilon), \qquad (3.7)$$

где величина $\delta_0 = A\sigma ch(kd_3)/g$ — амплитуда взволнованной поверхности.

Затем находим уравнение плоскости, касательной к взволнованной поверхности в произвольной точке (x_0, y_0, z_0):

$$\frac{\partial \delta}{\partial x}(x-x_0) + \frac{\partial \delta}{\partial y}(y-y_0) = z - z_0, \qquad (3.8)$$

которое можно привести к уравнению

$$\frac{\partial \delta}{\partial x} + \frac{\partial \delta}{\partial y} \operatorname{tg} v = \operatorname{tg} \beta, \qquad (3.9)$$

где ν — угол, определяющий направление волны, а β и α — соответственно углы ее склона в продольном и поперечном направлениях:

tg v =
$$\frac{y - y_0}{x - x_0}$$
, tg $\beta = \frac{z - z_0}{x - x_0}$,
ctg v · tg β = tg $\alpha = \frac{z - z_0}{y - y_0}$.

Если волна направлена вдоль оси *x*, то v = 0, если же волна направлена вдоль оси *y*, то $v = 90^{\circ}$ и, следовательно, уравнение (3.9) распадается на два независимых друг от друга уравнения

$$\frac{\partial \delta}{\partial x} = \operatorname{tg} \beta, \ \frac{\partial \delta}{\partial y} = \operatorname{tg} \alpha, \qquad (3.10)$$

каждое из которых описывает плоскую волну.

Опыт эксплуатации понтонов на угольных разрезах показывает, что в зумпфах возникают, как правило, плоские волны. Учитывая это обстоятельство и подставляя формулу (3.7) при n = 0 в первое, а при m = 0во второе уравнение (3.10), получаем два не связанных между собой уравнения

$$m\delta_0(-\sin mx + \cos mx)\sin(\sigma t + \varepsilon) = \operatorname{tg}\beta, \quad (3.11)$$

$$n\delta_0(-\sin ny + \cos ny)\sin(\sigma t + \varepsilon) = \operatorname{tg} \alpha.$$
 (3.12)

На основании третьего допущения будем полагать, что tg $\beta \approx \beta$, tg $\alpha \approx \alpha$, и примем амплитудные значения $\beta_0 = 0.02\pi = 3.6^\circ$; $\alpha_0 = 0.03\pi = 5.4^\circ$, $\delta_0 = 0.02d_2$. Тогда из уравнений (3.11), (3.12) при x = 0, y = 0, $\varepsilon = 0$, $t = \pi/(2\sigma)$ найдем величины

$$m = \frac{\pi}{d_2}, \quad n = \frac{3\pi}{2d_2},$$
 (3.13)

зная которые из третьей формулы (3.6) находим r = 1. Полагая, что и s = 1, из второй формулы (3.6) мы получаем еще одну формулу для определения *m*:

$$m = \frac{3\pi}{2d_1}.\tag{3.14}$$

Сопоставляя формулу (3.14) с первой формулой (3.13), находим значение $d_1/d_2 = 1,5$, при котором площадь поперечного сечения зумпфа минимальна и, следовательно, стоимость его сооружения также будет минимальной.

Если в зумпфе возникает только поперечная волна, то значение m = 0, а из первой формулы (3.6) следует, что k = n. Если же в зумпфе имеет место только продольная волна, то n = 0, а k = m. В силу сказанного, из формулы (3.5), с учетом формул (3.13) и (3.14), вытекают следующие зависимости между частотами поперечной и продольной волн и размерами зумпфа угольного разреза

$$\sigma_{1} = \sqrt{\frac{3\pi}{2} \frac{g}{d_{2}}} \operatorname{th}\left(\frac{3\pi}{2} \frac{d_{3}}{d_{2}}\right),$$

$$\sigma_{2} = \sqrt{\frac{3\pi}{2} \frac{g}{d_{1}}} \operatorname{th}\left(\frac{3\pi}{2} \frac{d_{3}}{d_{1}}\right).$$
(3.15)

В работе [14] исследована зависимость между длиной волны и ее частотой:

$$\sigma = \sqrt{\frac{2\pi}{\overline{\lambda}} \frac{g}{d}} \operatorname{th}\left(\frac{2\pi}{\overline{\lambda}} \overline{d}_3\right), \qquad (3.16)$$

которая вытекает из формулы (3.5), если в ней учесть, что $k = 2\pi/\lambda$, где λ — является длиной волны, а $\overline{\lambda} = \lambda/d$ и $\overline{d_3} = d_3/d$ — безразмерные длина волны и глубина зумпфа, отнесенные к расстоянию между центрами тяжести крайних поплавков. Формула (3.16) удобна тем, что применима как к поперечной волне, так и к продольной.

На рис. 6 показаны графики зависимости $\sigma = \sigma(\overline{\lambda})$ при различной глубине зумпфа и фиксированной величине d = 2,4 м, представляющие собой монотонно убывающие функции, графики которых имеют положительную кривизну.



Рис. 6. Зависимости частоты волны от ее длины при различной глубине зумпфа

Причем, если $\overline{\lambda} \leq 1,5$, то частота волны не зависит от глубины зумпфа. С ростом $\overline{\lambda}$ более высокая частота волны соответствует большей глубине зумпфа.

4. Качка понтона на регулярном волнении в зумпфах угольных разрезов

Поскольку в зумпфах угольных разрезов возникают либо поперечные, либо продольные волны, то соответственно этому и качка понтона будет либо боковой, либо килевой, которые происходят независимо друг от друга (рис. 7).

Как при боковой, так и при килевой качках поверхность волны является поверхностью равных давлений [19], поэтому вес понтона с водоотливным оборудованием и сила плавучести направлены по нормали к поверхности волны, в силу чего момент, действующий на понтон, вычисляется как восстанавливающий момент при наклонении его на угол $\vartheta = \Theta - \alpha$ — при боковой качке

или $\psi = \Psi - \beta$ — при килевой, где Θ , Ψ — углы соответственно крена и дифферента понтона. Следовательно, второе и третье уравнения (2.1) преобразуются к виду

$$(J_{x_1} + M_{44})\ddot{\Theta} + Ph_0\vartheta = 0,$$

$$(J_{y_1} + M_{55})\ddot{\Psi} + PH_0\psi = 0$$
(4.1)

и описывают боковую и килевую качки понтона на волнах в зумпфе угольного разреза. В работе [14] исследована лишь боковая качка понтона, как более опасная, для чего использовалось только первое уравнение (4.1), в левую часть которого добавлено слагаемое $2N\dot{\Theta}$, учитывающее силу сопротивления жидкости, пропорциональную скорости жидкости.



Рис. 7. Положение понтона на регулярной волне при боковой (а) и килевой (б) качках

В связи со сказанным уравнение боковой качки (4.1) приобретает вид

$$(J_{x_1} + M_{44})\Theta + 2N\Theta + Ph_0(\Theta - \alpha) = 0.$$
 (4.2)

Разделив уравнение (4.2) на коэффициент при второй производной и, учитывая формулу (3.12) при у = 0, ε = 0, приведем (4.2) к классическому виду:

$$\ddot{\Theta} + 2\kappa\dot{\Theta} + \omega_2^2 \Theta = \omega_2^2 \alpha_0 \sin(\sigma_1 t), \qquad (4.3)$$

где $\alpha_0 = 0,03\pi$ — амплитуда волнового склона; к — коэффициент волнового сопротивления:

$$\kappa = \frac{N}{J_{x_1} + M_{44}}, \qquad (4.4)$$

а величина ω_2 является собственной частотой боковой качки понтона на «тихой воде» и определяется по второй формуле (2.3).

Общее решение уравнения (4.3) представляется суммой [14]

$$\Theta = Ae^{-\kappa t} \sin\left(\sqrt{\omega_2^2 - \kappa^2} \cdot t + \gamma\right) + \Theta_0 \sin(\sigma_1 t - \varepsilon), \quad (4.5)$$

где первое слагаемое является решением уравнения (4.3) без правой части и описывает свободные колебания понтона, которые с течением времени затухают и становятся несущественными. Второе слагаемое

$$\Theta = \Theta_0 \sin(\sigma_1 t - \varepsilon) \tag{4.6}$$

описывает установившуюся вынужденную качку понтона с частотой волны σ₁.

Амплитуду Θ_0 качки и ее начальную фазу є мы найдем, подставив формулу (4.6) в уравнение (4.3) и приравняв в обеих его частях коэффициенты отдельно при $\cos(\sigma_1 t)$ и $\sin(\sigma_1 t)$. В результате получим два равенства, из которых найдем искомые величины:

$$tg \varepsilon = \frac{2\kappa\sigma_1}{\omega_2^2 - \sigma_1^2}, \qquad (4.7)$$

$$\Theta_0 = K_d \alpha_0, \qquad (4.8)$$

где величина *K*_{*d*} является коэффициентом динамичности, определяемым по формуле

$$K_d = \frac{\omega_2^2}{\sqrt{(\omega_2^2 - \sigma_1^2)^2 + 4\kappa^2 \sigma_1^2}}.$$
 (4.9)

Легко заметить, что коэффициент динамичности K_d показывает, во сколько раз амплитуда установившихся вынужденных колебаний понтона превышает амплитуду угла волнового склона α_0 . Для выявления опасных режимов качки понтона на регулярном волнении в зумпфе ($d_3 = 3$ м) построена серия графиков зависимости коэффициента динамичности от относительной длины волны для ряда значений радиусов труб-поплавков (рис. 8). Причем при построении зависимости $K_d = K_d(\bar{\lambda})$ частоту волны σ_1 в формуле (4.9) мы определяем не по первой формуле (3.15), а по формуле (3.16).



Рис. 8. Зависимости коэффициента динамичности от относительной длины волны для ряда значений радиусов труб-поплавков

Из рис. 8 видно, что если относительная длина волны составляет $\overline{\lambda} \approx 2,5$, происходит резкий всплеск амплитуды боковой качки понтона, расстояние между крайними трубами-поплавками которого d = 2,4 м, а их радиусы R = 0,375 м при глубине зумпфа $d_3 = 3$ м. Это означает возникновение резонанса и, как следствие, возможность опрокидывания понтона. Поэтому длину волны $\overline{\lambda} = 2,5$ и соответствующий ей коэффициент динамичности можно считать критическими, а саму волну — синхронной, поскольку значения собственной частоты качки понтона «на тихой воде» и частоты волны совпадают.

Из дальнейшего анализа рис. 8 вытекает, что при уменьшении *R* критическая длина волны немного увеличивается, но уменьшается критический коэффициент динамичности и, наоборот, с ростом R критическая длина волны уменьшается, а K, увеличивается.

Таким образом, для рассматриваемого типа понтона существует достаточно узкий интервал длины волны $2,35 \le \overline{\lambda} \le 2,75$, опасный для его боковой качки на волнении. При длине волны $\overline{\lambda} < 2,35$ или $\overline{\lambda} > 2,75$ коэффициент динамичности резко уменьшается, что указывает на отсутствие резонанса.

Очевидно, что при исследовании килевой качки понтона на волнах мы можем также воспользоваться зависимостью $K_d = K_d(\bar{\lambda})$ с той лишь разницей, что при ее построении в формуле (4.9) необходимо учесть вместо ω_2 частоту ω_3 , вычисляемую по третьей формуле (2.3), а вместо σ_1 по-прежнему подставляем σ из формулы (3.16).

5. Параметрическая качка понтона на волнении в зумпфах угольных разрезов

В процессе качки понтонов как «на тихой воде», так и на регулярном волнении метацентрические высоты h_0 , H_0 полагались постоянными величинами. Однако в процессе качки понтон, как правило, периодически погружается и всплывает, т. е. совершает вертикальную качку. В результате этого его метацентрические высоты будут изменяться при боковой качке на величину $\Delta h = \Lambda_1$, а при килевой качке на $\Delta H = \Lambda_2$, которые являются функциями времени и частоты волнения жидкости в зумпфе. Поэтому далее метацентрические высоты будем обозначать h, H, не снабжая индексом, которые при $\Lambda_1 = 0$ и $\Lambda_2 = 0$ принимают значения h_0 , H_0 .

При периодическом погружении и всплытии понтона будет периодически изменяться и его объемное водоизмещение, которое в произвольный момент обозначим *V*.

С учетом сказанного уравнения боковой и килевой качек (2.3) представляются в виде

$$(J_{x_{1}} + M_{44})\vartheta + \rho gVh\vartheta = 0,$$

$$(J_{y_{1}} + M_{55})\ddot{\psi} + \rho gVH\psi = 0, \qquad (5.1)$$

где мы учли, что $M = \rho V$, а качка происходит относительно склона волны, и поэтому характеризуется углом крена ϑ и углом дифферента ψ (см. рис. 7). В работах [15, 16] показано, что переменные величины *Vh* и *VH*, входящие в уравнения (5.1), можно определить по формулам

$$Vh = V_0 h_0 + (V_0 + S_0 z_G) \Lambda_1,$$

$$VH = V_0 H_0 + (V_0 + S_0 z_G) \Lambda_2.$$
 (5.2)

В силу формул (5.2) мы вначале перепишем уравнения (5.1)

$$(J_{x_1} + M_{44})\ddot{\vartheta} + \rho g [V_0 h_0 + (V_0 + S_0 z_G)\Lambda_1]\vartheta = 0,$$

$$(J_{y_1} + M_{55})\ddot{\psi} + \rho g [V_0 H_0 + (V_0 + S_0 z_G)\Lambda_2]\psi = 0,$$

а затем, разделив полученные уравнения на коэффициенты при второй производной, представим их в виде

50

$$\ddot{\vartheta} + \omega_2^2 (1 + p_1 \Lambda_1) \vartheta = 0,$$

$$\ddot{\psi} + \omega_3^2 (1 + p_2 \Lambda_2) \psi = 0, \qquad (5.3)$$

где параметры *p*₁, *p*₂ определяются по формулам

$$p_1 = \frac{V_0 + S_0 z_G}{V_0 h_0}, \ p_2 = \frac{V_0 + S_0 z_G}{V_0 H_0},$$
 (5.4)

а собственные частоты ω_2 , ω_3 по-прежнему определятся по формулам (2.3).

Будем полагать, что изменение метацентрической высоты Δh происходит с частотой поперечной волны, а изменение ΔH — с частотой продольной волны:

$$\Lambda_1 = \Lambda_0 \cos(\sigma_1 t),$$

$$\Lambda_2 = B_0 \cos(\sigma_2 t), \qquad (5.5)$$

в силу чего уравнения (5.3) будут выглядеть следующим образом:

$$\ddot{\vartheta} + \omega_2^2 [1 + p_1 A_0 \cos(\sigma_1 t)] \vartheta = 0,$$

$$\ddot{\psi} + \omega_3^2 [1 + p_2 B_0 \cos(\sigma_2 t)] \psi = 0, \quad (5.6)$$

где A₀, B₀ — амплитудные значения изменений метацентрических высот.

В работах [15, 16] уравнения (5.6) приведены к безразмерному виду

$$\frac{d^2\vartheta}{d\tau^2} + [a_1 - 2q_1\cos(2\tau)]\vartheta = 0,$$

$$\frac{d^2\psi}{d\tau^2} + [a_2 - 2q_2\cos(2\tau)]\psi = 0 \qquad (5.7)$$

с помощью подстановки $t = 2\tau/\sigma$, а параметры a_1, q_1 и a_2, q_2 определяются по формулам

$$a_{1} = \frac{4\omega_{2}^{2}}{\sigma_{1}^{2}}, \ q_{1} = -\frac{1}{2}a_{1}p_{1}A_{0},$$
$$a_{2} = \frac{4\omega_{3}^{2}}{\sigma_{2}^{2}}, \ q_{2} = -\frac{1}{2}a_{2}p_{2}B_{0}.$$
(5.8)

Решениями уравнений (5.7) являются функции Матье, которые могут быть как ограниченными, так и неограниченно возрастающими [20]. В первом случае рост амплитуды боковой или килевой качек не происходит, и поэтому понтон не потеряет устойчивость. Во втором случае амплитуда качки будет неограниченно возрастать, что приведет к опрокидыванию понтона.

Из уравнений (5.7) вытекает, что существуют целые области значений на плоскости параметров *а* — *q* для каждого вида качки, которым соответствует устойчивое состояние понтона или, наоборот, неустойчивое. Поэтому для анализа устойчивости или неустойчивости понтона удобно воспользоваться диаграммой Айнса — Стретта, построенной на основании решения уравнений (5.7) и заимствованной из [20].

Таким образом, для исследования устойчивости понтона достаточно найти значения параметров a_i и q_i , соответствующих рассматриваемому понтону, и выяснить, в какую область попадает точка, координатами которой являются найденные параметры a_i , q_i .

Как видно из формул (5.8), параметры q_i линейно зависят от параметров a_i , амплитуд A_0 , B_0 и параметров p_i , которые, в свою очередь, зависят от водоизмещения понтона, площади его ватерлинии в состоянии равновесия на «тихой воде», величин метацентрических высот и положения центра тяжести понтона. Здесь же добавим, что знак минус в формулах (5.8) не имеет значения, поскольку за амплитудное значение мы можем принять как максимальную величину всплытия, так и максимальную величину погружения. Поэтому в формулах для *q_i* знак минус можно не учитывать.

В работе [16] исследована устойчивость понтона с параметрами R = 0,35 м, d = 2,4 м, L = 5,1 м, качающегося в зумпфе $d_1 = 12$ м, $d_2 = 8$ м, $d_3 = 2$ м, и установлено, что среди значений a_i , q_i есть такие, которые имеют критические значения $a_i^{(kp)}$, $q_i^{(kp)}$.

Для этой цели построенные при $A_0 = B_0 = 0,2$ м графики $q_i(a_i)$ перенесены на диаграмму Айнса — Стретта, процедура переноса которых показана на рис. 9, где диаграмма для наглядности урезана, а ее вертикальный масштаб увеличен в два раза. Заштрихованные области на диаграмме принадлежат областям неустойчивости, любые точки которых являются критическими, а их координаты представляют собой критические параметры $a_i^{(kp)}$, $q_i^{(kp)}$. График 1 соответствует боковой параметрической качке понтона, а график 2 — килевой.



Рис. 9. Диаграмма Айнса — Стретта

Анализируя рис. 9, мы видим, что график 1 пересекает зоны неустойчивости на диаграмме Айнса — Стретта дважды, а график 2 — только раз. Причем первый раз прямая 1 пересекает зону неустойчивости диаграммы на столь узком интервале, что его можно считать точкой, координатами которой являются $a_{1(1)}^{(kp)} = 4$, $q_{1(2)}^{(kp)} = 0,227$.

Второй раз график 1 пересекает зону неустойчивости в точках, координаты которых принадлежат интервалу $a_{1(2)}^{(kp)} \in [9;9,155], q_{1(2)}^{(kp)} \in [0,54;0,553].$ Из рис. 9 видно, что интервал пересечения графиком 2 зоны неустойчивости вырождается в точку, координаты которой $a_2^{(kp)} = 9$, $q_2^{(kp)} = 0,232$.

Далее из формул (5.8) с учетом формул (3.15) получаем два независимых друг от друга трансцендентных уравнения

$$\frac{3\pi}{2} \frac{g}{d_2^{(kp)}} \operatorname{th}\left(\frac{3\pi}{2} \frac{d_3}{d_2^{(kp)}}\right) - \frac{4\omega_2^2}{a_1^{(kp)}} = 0,$$

$$\frac{3\pi}{2} \frac{g}{d_1^{(kp)}} \operatorname{th}\left(\frac{3\pi}{2} \frac{d_3}{d_1^{(kp)}}\right) - \frac{4\omega_3^2}{a_2^{(kp)}} = 0 \qquad (5.9)$$

относительно неизвестных критических размеров зумпфа $d_2^{(kp)}$, $d_1^{(kp)}$ при боковой и килевой качках соответственно.

Если же по условиям проектирования задана ширина d_2 или длина d_1 зумпфа, то, соответственно, из первого или второго уравнения (5.9) мы находим критическую глубину зумпфа $d_3^{(kp)}$ и не назначаем ее, проектируя зумпф.

В заключение отметим, что в процессе параметрической качки на «тихой воде» в зумпфе угольного разреза понтон не имеет критических значений параметров *a_i*, *q_i* и, следовательно, он всегда устойчив.

Выводы

1. В результате исследования качки понтона на «тихой воде»:

 а) получены формулы для вычисления собственных частот вертикальной, боковой и килевой качек понтона;

 б) показано, что присоединенные массы жидкости понтона, выражаемые интегралами по области, при плоском обтекании сводятся к квадратурам и в преобразованном виде представляют собой аналитические выражения;

в) установлено, что практически на всем рассмотренном диапазоне изменения параметров понтона его собственная частота боковой качки ниже собственных частот вертикальной и килевой качек. Следовательно, характер вертикальной и килевой качек более порывистый, чем боковой.

2. Выявлены закономерности изменения частоты волны от параметров волны и зумпфа:

а) существует достаточно узкий интервал длины волны $\overline{\lambda} \in [2,35;2,75]$, при котором боковая качка понтона на волнении является опасной, поскольку возможно опрокидывание понтона. При значениях $\overline{\lambda}$, не принадлежащих этому интервалу, режимы качки понтона опасными не являются;

б) при уменьшении радиуса *R* труб-поплавков критическая длина волны увеличивается, но уменьшается критическая амплитуда, и наоборот, с ростом *R* критическая длина волны уменьшается, а амплитуда увеличивается.

3. Показано, что в условиях изменяющихся метацентрических высот понтона на регулярном волнении его боковую и килевую качки можно описать с помощью уравнения Матье с переменными коэффициентами.

4. В процессе боковой параметрической качки на регулярном волнении обнаружены две зоны неустойчивости понтона, а при килевой качке — только одна. В то же время, параметрическая качка понтонов рассматриваемых типоразмеров на «тихой воде» безопасна, поскольку критических значений параметров a_i, q_i не обнаружено, в силу чего понтон всегда устойчив.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Черданцев С.В., Черданцев Н.В. Плавучесть и остойчивость понтонов в зумпфах угольных разрезов Кузбасса (обзор журнальных статей) // Вестник Научного центра ВостНИИ по промышленной и экологической безопасности. 2018. № 2. С. 52–65.

2. Кучер Н.А., Черданцев С.В., Протасов С.И., Подображин С.Н., Билибин В.В. Условия безопасного применения плавучих водоотливных установок // Безопасность труда в промышленности. 2003. № 1. С. 12–14.

3. Черданцев С.В. Теоретические основы расчета понтонов, используемых на угольных разрезах // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 2013. № 1. С. 61–69.

4. Черданцев Н.В., Черданцев С.В. Проблема остойчивости понтонов, применяемых на угольных разрезах // Безопасность труда в промышленности. 2013. № 7. С. 45–49.

5. Черданцев Н.В., Черданцев С.В. Остойчивость понтонов в зумпфах угольных разрезов на больших углах крена // Вестник Кузбасского государственного технического университета. 2013. № 4. С. 32–37.

6. Черданцев С.В. Уравнения движения понтонов в зумпфах угольных разрезов // Вестник Кузбасского государственного технического университета. 2013. № 1. С. 7–10.

7. Черданцев С.В., Черданцев Н.В. Формы движения понтона в зумпфе угольного разреза // Вестник Научного центра по безопасности работ в угольной промышленности. 2013. Т. 1.2. С. 45–54.

8. Черданцев С.В., Черданцев Н.В. Построение решения задачи о движении понтонов в зумпфах угольных разрезов // Вестник Кузбасского государственного технического университета. 2014. № 5. С. 3–8.

9. Черданцев С.В., Черданцев Н.В. Боковая качка понтонов в зумпфах угольных разрезов // Вестник Кузбасского государственного технического университета. 2013. № 6. С. 30–36.

10. Черданцев Н.В., Черданцев С.В. Анализ боковой качки понтонов, применяемых на угольных разрезах // Безопасность труда в промышленности. 2013. № 11. С. 42–45.

11. Черданцев С.В., Черданцев Н.В. Математическое моделирование качки понтона в зумпфе угольного разреза // Вычислительные технологии. 2014. Т. 19. № 1. С. 74–86.

12. Черданцев Н.В., Черданцев С.В. Остойчивость и вынужденная качка понтона в зумпфе угольного разреза // Вестник Научного центра по безопасности работ в угольной промышленности. 2013. № 2. С. 91–97.

13. Черданцев С.В. Постановка задачи о гравитационных волнах жидкости в зумпфах угольных разрезов // Вестник Кузбасского государственного технического университета. 2012. № 6. С. 10–12.

14. Черданцев С.В., Черданцев Н.В. Качка понтона на регулярном волнении в зумпфе угольного разреза // Сибирский журнал индустриальной математики. 2014. Т. XVII. № 4. С. 136–146.

15. Черданцев С.В., Черданцев Н.В. Анализ математической модели устойчивости понтона в процессе его вертикально-боковой качки в зумпфе угольного разреза // Вычислительные технологии. 2015. Т. 20. № 2. С. 79–90.

16. Черданцев С.В., Черданцев Н.В. Анализ качки понтона с периодически изменяющимися параметрами остойчивости на взволнованной поверхности мелкой воды // Сибирский журнал вычислительной математики. 2016. Т. 19. № 4. С. 441–456.

17. Семенов-Тян-Шанский В.В. Статика и динамика корабля. Л.: Судостроение, 1973. 607 с.

18. Ремез Ю.В. Качка корабля. Л.: Судостроение, 1983. 328 с.

19. Сретенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 816 с.

20. Мак-Лахлан Н.В. Теория и приложения функций Матье. М.: Изд-во ИЛ, 1953. 475 с.

DOI: 10.25558/VOSTNII.2018.8.71.004

UDC 622.272:516.02 © S.V. Cherdantsev, N.V. Cherdantsev, 2018

S.V. CHERDANTSEV

Doctor of Engineering Sciences, Principal Researcher JSC «NC VostNII», Kemerovo e-mail: svch01@yandex.ru

N.V. CHERDANTSEV

Doctor of Engineering Sciences, Principal Researcher The Federal Research Center of Coal and Coal Chemistry of SB RAS (Institute of Coal), Kemerovo e-mail: nvch2014@yandex.ru

ROLLING MOTION OF THE PONTOONS IN SUMPS OF OPEN-PIT COAL MINES IN KUZBASS (ARTICLES REVIEW. CONTINUATION)

Open pit mining requires sump pumping for groundwater control. In order to prevent flooding of coal faces it is necessary to regularly pump out the water coming to the drain sumps. For this purpose the water removal-plants in the form of the pontoons with pumping equipment on it are used. The recommendations to use the pontoons in open pit coal mines are still not elaborated. Thus, in the authors' opinion, the issue of the pontoons safe use is urgent. Over recent years articles devoted to various aspects of the pontoons use (buoyancy, stability rolling motions) have been written. The issues of the pontoons buoyancy and stability have been summarized. Presented article gives a review of works discussing the problem of rolling motion of the pontoons and its dynamic stability. The principal types of the pontoons motions are heaving, rolling and pitching. It is noted that the reasons for the rolling can be both external forces, capable of removing the pontoon, and the regular waves that appeared on the liquid surface. In the first case, the rolling occures on «still water» and corresponds to free motions of the pontoon, which diminish with time.In the second case, the rolling motion is forced, since it is caused by periodically changing pressure forces arising when the water level in the tube-floats of the pontoons is raised and lowered. The pontoon can execute parametric oscillating motions both in the longitudinal direction and in the transverse direction due to intermittent dipping and floating of the pontoon on the disturbed surface of liquid. Regularities between the parameters characterizing the parametric rolling of pontoons are noted, and the regions of its instability are indicated.

Keywords: DRAIN SUMPS OF OPEN-PIT COAL MINES, PONTOONS, WATERLINE, METACENTRIC HEIGHT, ADDED-LIQUID MASS, WAVE FREQUENCY, PONTOONS TOSSING ON STILL WATER, PONTOONS TOSSING ON REGULAR WAVES.

REFERENCES

1. Cherdantsev S.V., Cherdantsev N.V. Buoyancy and stability of pontoons in sumps of openpit coal mines in Kuzbass (articles review). Vestnik Nauchnogo tsentra VostNII po promyshlennoy i ekologicheskoy bezopasnosti = Bulletin of Scientific Centre VostNII for Industrial and Environmental Safety. 2018. № 2. pp. 52–65. (In Russ).

2. Kucher N.A., Cherdantsev S.V., Protasov S.I., Podobrazhin S.N., Bilibin V.V. The conditions of safety of using the floating installations for siphonage of water. Bezopasnost truda v promyshlennosti = Occupational Safety in Industry. 2003. N° 1. pp. 12–14. (In Russ).

3. Cherdantsev S.V. Theoretical basis for calculation of pontoons used in open pit mines // Fiziko-tekhnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh = Journal of Mining Science. 2013. Vol. 1. pp. 61–69. (In Russ).

4. Cherdantsev N.V., Cherdantsev S.V. Problem of stability of pontoons used at open-pit coal mines. Bezopasnost truda v promyshlennosti = Occupational Safety in Industry. 2013. № 7. pp. 45–49. (In Russ).

5. Cherdantsev N.V., Cherdantsev S.V. Stability of pontoon at coal pit under greater corners tumbling. Vestnik Kuzbasskogo gossudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Bulletin of the Kuzbass State Technical University. 2013. Nº 4. pp. 32–37. (In Russ).

6. Cherdantsev S.V. Equations of motion of pontoons in the pump sump of coal opencasts. Vestnik Kuzbasskogo gossudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Bulletin of the Kuzbass State Technical University. 2013. № 1. pp. 7–10. (In Russ).

7. Cherdantsev S.V., Cherdantsev N.V. Forms of pontoon movement in the sump of the open pit coal mine. Vestnik Nauchnogo tsentra po bezopasnosti rabot v ugolnoy promyshlennosti = Industrial Safety. 2013. № 1.2. pp. 45–54. (In Russ).

8. Cherdantsev S.V., Cherdantsev N.V. Building of solution of pontoons motion problem in sump pits of coal mines. Vestnik Kuzbasskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Bulletin of the Kuzbass State Technical University. 2014. № 5. pp. 3–8. (In Russ).

9. Cherdantsev S.V., Cherdantsev N.V. Pontoon bridges rolling in dibholes. Vestnik Kuzbasskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Bulletin of the Kuzbass State Technical University. 2013. № 6. pp. 30–36. (In Russ).

10. Cherdantsev N.V., Cherdantsev S.V. Analysis of the Rolling Motion of the Pontoons used at the Open-Pit Coal Mines. Bezopasnost truda v promyshlennosti = Occupational Safety in Industry. 2013. № 11. pp. 42–45. (In Russ).

11. Cherdantsev S.V., Cherdantsev N.V. Modeling of pitching of the pontoon in zumpf of a coal mine. Vychislitelnye tekhnologii = Computational Technologies. 2014. Vol. 19. № 1. pp. 74–86. (In Russ).

12. Cherdantsev N.V., Cherdantsev S.V. Stability and pontoon forced pitching in the sump of an opencast coal mine. Vestnik Nauchnogo tsentra po bezopasnosti rabot v ugolnoy promyshlennosti = Industrial Safety. 2013. № 2. pp. 91–97. (In Russ).

13. Cherdantsev S.V. Statement of the problem of gravitational waves in fluid pump sump of coal cuts. Vestnik Kuzbasskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Bulletin of the Kuzbass State Technical University. 2012. \mathbb{N} 6. pp. 10–12. (In Russ).

14. Cherdantsev S.V., Cherdantsev N.V. Pontoon rolling on regular waves in the sump of a coal quarry. Sibirskiy zhurnal industrialnoy matematiki = Journal of Applied and Industrial Mathematics. 2014. Vol. XVII. № 4. pp. 136–146. (In Russ).

15. Cherdantsev S.V., Cherdantsev N.V. Analysis of the mathematical model for stability of a pontoon in process of the vertically-lateral fluctuations in the sump of an open coal mine. Vychislitelnye tekhnologii = Computational Technologies. 2015. Vol. 20. № 2. pp. 79–90. (In Russ).

16. Cherdantsev S.V., Cherdantsev N.V. Analysis of pontoon fluctuations with a seasonally changing parameter of stability on the astir surface of finite water depth. Sibirskiy zhurnal vychislitelnoy matematiki = Numerical Analysis and Applications. 2016. Vol. 19. № 4. pp. 441–456. (In Russ).

17. Semenov-Tyan-Shansky V.V. Statics and dynamics of a ship. Leningrad: Sudostroenie, 1973. 607 p. (In Russ).

18. Remez Yu.V. Ship's motions. Leningrad: Shipbuilding, 1983. 328 p. (In Russ).

19. Sretenskiy L.N. Theory of wave motions of the fluid. Moscow: Nauka, 1977. 816 p. (In Russ).

20. McLachlan N.W. Theory and application of Mathieu functions. Moscow: IL, 1953. 475 p. (In Russ).